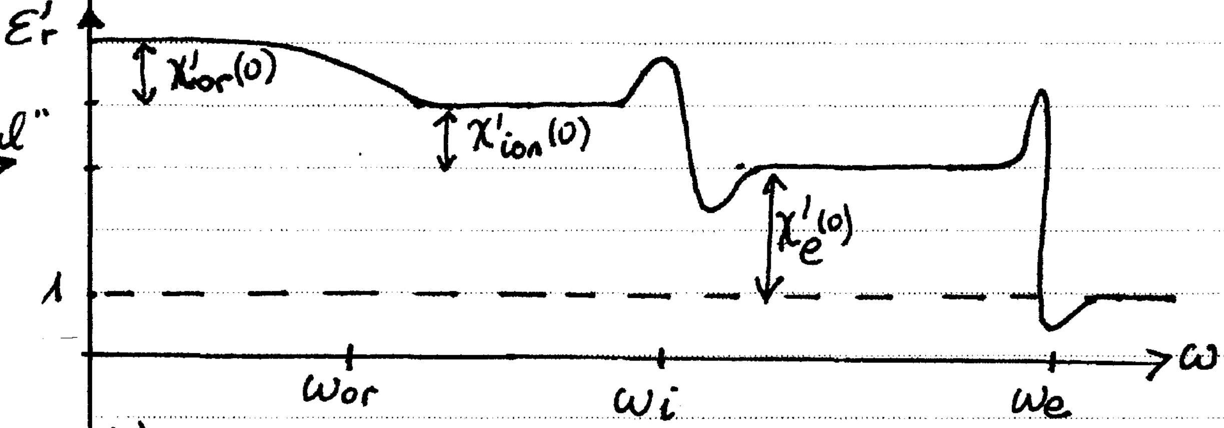
L3. Physique-Chimie et Applications - SPC - Electromagnétisme.
Examen - Session 2 - juin 2012

II. Permittivité d'un matériau l.h.i.

Cas "général"



A) 1. Dans ce cas $\omega_e \sim 10^{15}$ rad/s et $\omega_{ion} \sim 10^{13}$ rad/s et il n'y a pas de dipôles, donc $\chi'_{or} = 0$

2. $n_{opt} = \sqrt{\varepsilon'_r} = \sqrt{1+\chi'_e} = 3$.

B) $\{0 < \omega < 10^7\} \rightarrow$ les dipôles, les ions et les électrons répondent à l'excitation électrique

3.

$\{10^{10} < \omega < 10^{12}\} \rightarrow$ les dipôles ne répondent pas. Seuls les ions et les électrons répondent à l'excitation

$\{10^{13} < \omega < 10^{15}\}$ seuls les électrons répondent "

4. Pour le matériau A, à $\omega = 6,28\ 10^6$ rad/s on a $\varepsilon'_r = 16$

$$C = \varepsilon'_r \varepsilon_0 \frac{S}{e} = \frac{16}{36\pi\, 10^9 \times 10^{-6}\,\text{m}} 1\,\text{m}^2 = 1,41\ 10^{-4}\ \text{F/m}^2$$

5. Tout se passe comme si on avait deux capacités en série. Pour le matériau A, $\varepsilon'_r)_A = 16$

Pour le matériau B, $\varepsilon'_r)_B = 25$

$C_A = 1,41.10^{-4}$ F/m²

$C_B = \frac{25}{16} C_A = 2,21.10^{-4}$ F/m²

$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_A} + \frac{1}{C_B}$

$C \simeq 0,86\ 10^{-4}$ F/m²

6. $\varepsilon'_r(10^{18}\ \text{rad/s}) = 1$ (les électrons ne "suivent" plus l'excitation électrique.

III. A. 1. Le potentiel vecteur créé par la matière aimantée est :

$$\vec{A}_m(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_V \vec{M} \times \frac{(\vec{r}-\vec{r}\,')}{\|\vec{r}-\vec{r}\,'\|^3}\, dV = \vec{M} \times \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{(\vec{r}-\vec{r}\,')}{\|\vec{r}-\vec{r}\,'\|}\, dV\right)$$

car $\vec{M}$ est UNIFORME

$$= \mu_0 \vec{M} \times \frac{\varepsilon_0 \vec{E}^*}{\rho_0} \text{ avec } \vec{E}^* = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\rho_0\,(\vec{r}-\vec{r}\,')}{\|\vec{r}-\vec{r}\,'\|^3}\, dV$$

est le champ électrique "auxilliaire" dû à une charge fictive en densité ρ_0.

2. Le champ est radial. Théorème de Gauss $\Rightarrow 2\pi\rho h E^*_{in} = \frac{\pi\rho^2 h \rho_0}{\varepsilon_0}$

$$\Rightarrow E^*_{in} = \frac{\rho_0}{2\varepsilon_0}\rho .$$

$$\vec{A}_m(\vec{r}) = \mu_0 M \vec{e_z} \times \frac{\varepsilon_0}{\rho_0} \times \frac{\rho_0}{2\varepsilon_0}\cdot\rho\, \vec{e_\varphi} = \mu_0 M \frac{\rho}{2} \vec{e_\varphi}$$

$$\vec{B} = \vec{\mathrm{rot}}\, \vec{A}_m = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\cdot\mu_0 M \frac{\rho}{2}\right)\vec{e_z} = \mu_0 M \cdot \vec{e_z} = \mu_0 \vec{M} .$$

B. 1. $\underline{\vec{B}}(t) = \mu_0 \cdot M_0 \exp -i\omega t \cdot \vec{e_z}$ et $\vec{B}(t) = \mu_0 M_0 \cos\omega t \cdot \vec{e_z}$

2. Tout plan contenant Oz est un plan d'antisymétrie des sources de courant donc le champ électrique lui est perpendiculaire : $\underline{\vec{E}} = \underline{E} \cdot \vec{e_\varphi}$

3. M.F. $\Rightarrow \vec{\mathrm{rot}}\, \underline{\vec{E}} = -\frac{\partial \underline{\vec{B}}}{\partial t} = i\omega \mu_0 M_0 e^{-i\omega t} \vec{e_z}$

$$\left\{\vec{\mathrm{rot}}\, \underline{\vec{E}}\right\}_z = \frac{1}{\rho}\left[\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho \underline{E}_\varphi) - \underbrace{\frac{\partial \underline{E}_\rho}{\partial\varphi}}_{0}\right] \text{ car } \vec{\mathrm{rot}}\, \underline{\vec{E}} \text{ est selon } \vec{e_z}$$

D'où $\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho \underline{E}_\varphi) = \mu_0 M_0 \cdot i\omega \cdot e^{-i\omega t}\rho$

$\Rightarrow \rho \underline{E}_\varphi = \mu_0 M \cdot i\omega \cdot e^{-i\omega t}\frac{\rho^2}{2} + \underbrace{c^{te}}_{0}$ car E_φ ne dépend ni de φ, ni de z (invariances).

$\Rightarrow \underline{E}_\varphi = \frac{i}{2}\mu_0 M_0 \cdot \rho \cdot \omega e^{-i\omega t}$ et $E_\varphi = \frac{1}{2}\mu_0 M \rho\omega \sin\omega t$

4. $\underline{\vec{P}} = \chi_e \varepsilon_0 \underline{\vec{E}} = \frac{i}{2}\cdot\mu_0\varepsilon_0\chi_e M_0 \rho\omega e^{-i\omega t}\vec{e_\varphi}$

$\vec{P} = \frac{1}{2}\mu_0\varepsilon_0\chi_e M_0 \rho\omega \sin\omega t \cdot \vec{e_\varphi}$